

牌号 5 · 单位 6 · 评估指南

更多小数和分数运算

家长或教师指南——观察要点

第 6 单元结合位值（10 的幂、单位换算）、异分母分数运算，以及将乘法看作缩放的重要思想（乘积的大小取决于因数相对于 1 的大小）。仔细观察学生能否不计算就推理乘积的大小，这是五年级深入理解的关键。

问题 1 — 10 的幂

- $10^3 = 1000$. $10^4 = 10,000$. $100,000 = 10^5$.
 - 模式：指数等于零的数量（当应用于底数 10 时）。
- ★强：明确地陈述模式。
- 弱：获得正确的值，但无法阐明模式。

问题 2 — 公制转换

- (a) 500 cm. (b) 3,200 m. (c) 0.85 L. (d) 40 g.
 - 较大→较小：相乘（1 m = 100 cm，因此 5 m = 5 × 100 cm）。较小→较大：相除。
- ★斯特朗：解释说“你需要更多的小单位才能达到相同的数量。”
- 弱：混淆方向（e.g.、5 m = 0.05 cm）。

问题 3 — $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 具有公分母

- 通用名称 6。 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$. $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. 总和 = $\frac{5}{6}$ 。
- ★要点：只有每份的大小相同，才能直接将分数相加。
- 优秀：“你需要相同大小的块来组合它们——就像你不能将相加 3 苹果和 2 橙子与 5 苹果橙子一样。”
- 弱：“因为规则是这么说的。”

问题 4 — 混合分数运算

- (a) $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$. (b) $\frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$. (c) 3 和 $\frac{1}{2}$ - 1 和 $\frac{3}{4} = 3$ 和 $\frac{2}{4}$ - 1 和 $\frac{3}{4} = 2$ 和 $\frac{6}{4}$ - 1 和 $\frac{3}{4} = 1$ 和 $\frac{3}{4}$ 。
- ★强：在 (c) 中显示了非负整数的干净借用。
- 弱：在 (c) 中得到正确的整数，但得到错误的分数（反之亦然）。

问题 5 — 迭戈的相加交叉错误

- 错误。分子相加和分母相加都是无意义的。
- 正确： $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$ 。
- ★经典错误。如果学生没有明白这一点，他们就不明白为什么常见需要分母。
- 优秀：“如果你的分母是相加，那么你就会将不同大小的棋子组合起来。你必须首先使它们的尺寸相同。

问题 6 — 乘法缩放（ $24 \times ?$ ）

- (a) 更少（ $\frac{1}{3} < 1$ ）。 (b) 更大（ $\frac{5}{4} > 1$ ）。 (c) 等于（ $\frac{3}{3} = 1$ ）。 (d) 少（ $\frac{7}{8} < 1$ ）。
- ★规则：将第二个因子与 1 进行比较，可以知道乘积是更大、相等还是更小比第一个因素。

- 强：笼统地陈述此规则。
- 弱：计算每一项，然后进行比较（无法达到估计点）。

问题 7 — $4 \times \frac{3}{4}$ 英里

- Pat 跑了 4 英里。Sam 跑了 3 英里（即 $4 \times \frac{3}{4}$ ）。
- ★优秀：“山姆跑得少是因为 $\frac{3}{4} < 1$ 。” Sam 跑出了 Pat 距离的 $\frac{3}{4}$ 。
- 精确： $4 \times \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$ 。
- 弱：认为 Sam 跑得更多，因为计算结果“看起来像乘法 = 更大”。

问题 8 - 植物高度的线图

- 最常见：2 和 $1\frac{1}{2}$ 英寸（3 工厂）。[也可接受：2 和 $\frac{3}{4}$ 和 3 各有 2。]
- 总计： $2.5 + 2.75 + 3 + 2.5 + 3.25 + 2.75 + 3 + 3.5 + 2.5 = 25$ 和 $\frac{3}{4}$ 英寸。
- 强：清晰地组织线图，并在 2、2.25、2.5、2.75、3、3.25、3.5、3.75、4 处标记。
- 弱：遗漏一些数据点；错误地计算了“最常见的”。

问题 9 — $\frac{2}{3} \times 1$ 和 $1\frac{1}{2}$ 杯子面粉

- $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$ 杯子。
- ★强：识别 1 和 $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ，并将乘积简化为 1。巧合？不——这个显示逆对结构。
- 弱：得到 $\frac{6}{6}$ 但没有简化，或者乘法错误。

问题 10 — “乘法使更大”的反例

- 示例： $8 \times \frac{1}{2} = 4$ （较小）。 $10 \times 0.3 = 3$ （较小）。 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ （比两者都小）。
- ★仅当乘数 > 1 时，乘法才会使事情变得更大。
- 强：给出两个清晰的反例并明确说明规则。

问题 11 — $\frac{7}{8} \times \frac{6}{5}$

- 大于 $\frac{7}{8}$ （因为 $\frac{6}{5} > 1$ ）。
- ★优秀：“我们将 $\frac{7}{8}$ 乘以大于 1 的值，因此结果大于 $\frac{7}{8}$ 。”
- 弱：精确计算（违背目的）或未经推理的猜测。

问题 12 — Han 关于 小数/转换的主张

- Han 关于数值 ($5.2 \text{ km} = 5,200 \text{ m}$) 的说法是正确的，但他的规则语句不完整：小数 移动了三位，因为转换因子是 $1000 = 10^3$ 。
- ★强：将 小数 移动与 10 转换因子的幂联系起来 — “移动 3 位置，因为 $1000 = 10^3$ ”。
- 弱：未经证实同意 Han 的推理，或者认为 $5.2 \text{ km} = 52 \text{ m}$ 或 520 m 。