

牌号 5 · 单位 1 · 评估指南

寻找体积

家长或教师指南——观察要点

单位1推出体积。诊断在于学生是否将 体积 理解为填充固体的单位立方体的计数（等效地，三个垂直边长的乘积）——而不仅仅是一个需要记住的公式。特别注意他们是否看到棱镜的分层结构和 体积 的叠加性质。

问题 1 - 分层棱镜（每面 12 立方体，4 层）

- 体积= 48 立方单位。
- 表达式应该类似于 12×4 或 $(3 \times 4) \times 4$ — 两者都表明他们看到了结构：一层的计数乘以层数。
- 强：写为 $3 \times 4 \times 4$ 并解释说每一层都是12 立方体。
- 弱：给出不带表达式的48，或写入 $12 + 4$ （加法而不是乘法）。

问题 2 — 相同的 18 立方体，不同的形状

- 是，相同的体积 (18)。形状不同——不同的方向和表面面积。
- ★这是在重新排列下体积得以保留的关键诊断。
- 弱：因为“他们看起来不同”而拒绝。揭示了体积与形状的混淆。

问题 3 — $6 \times 4 \times 5$ 两种方式

- 答案：120 立方cm 双向（e.g.、 $6 \times 4 \times 5 = 24 \times 5 = 120$; $4 \times 5 \times 6 = 20 \times 6 = 120$ ）。
- ★强有力的解释：结合/交换性质 - 乘法 不依赖于顺序。
- 弱：一个答案正确，另一个答案错误，表明他们不信任交换律。

问题 4 — 基础 $\times$ 高度

- 体积= $24 \times 7 = 168$ cu cm。
- ★强有力的解释：“底数乘以高度是有效的，因为底数告诉你每层有多少个立方体，高度告诉你有多少层。
- 可能的基本边：1x24、2x12、3x8、4x6 — 接受任何因子对。
- 弱：仅乘以 $24 + 7$ ，或者不明白为什么基础 $\times$ 高度等于总高度。

问题 5 — $2 \times 3 \times 10$ 的三个表达式

- 所有结果都应等于 60。接受任意排列顺序： $2 \times 3 \times 10$ 、 $3 \times 10 \times 2$ 、 $10 \times 2 \times 3$ 等。
- 对于第三个（分组）： $(2 \times 3) \times 10 = 6 \times 10 = 60$ ，或 $(3 \times 10) \times 2 = 30 \times 2 = 60$ 。
- ★该属性是结合性（分组）和交换性（顺序）的。

问题 6 — 两个棱镜相加

- 棱镜A = 24；棱镜B = 30；总计 = 54。
- ★强：解释体积是相加的——A 中的立方加上 B 中的立方等于总和。
- 弱：尝试相乘 体积，或添加尺寸。

问题 7 — L 形状（减法或加法）

- 整箱： $8 \times 4 \times 3 = 96$ 。缺失件： $3 \times 2 \times 3 = 18$ 。最终： $96 - 18 = 78$ 。

- 或拆分为 $8 \times 4 \times 3$ 减去角点 — 答案相同。
- ★强：展示了两种方法并且他们都同意。揭示灵活的结构思维。
- 弱：只有一种方法，或者无法使减法工作，因为它们无法可视化缺失的部分。

问题 8 — Mai 的添加边错误

- 体积： $2 \times 3 \times 4 = 24$ ； $1 \times 4 \times 6 = 24$ 。两者都等于 24——它们确实是相等的，但 Mai 的推理是错误的。
- ★这是最棘手的问题：结论恰好是正确的（体积相等），但规则是错了。
- 优秀：“Mai 说得对，它们是相等的，但原因是错误的——你相乘边长，而不是相加它们。”
- 弱：未经核实同意 Mai 的推理，或未经核实而拒绝结论。

问题 9 — 一张面的体积 + 高度

- 是的！ $V = 15 \times 4 = 60$ 立方英寸。无论底座是什么，底座 $\times$ 高度都有效。
- ★斯特朗：“是的，因为他看到的脸就是基地。”另一边的长度并不重要，一旦你知道几何底面积。’
- 弱：拒绝，因为“你需要三个边长”。透露他们只知道 $V = l \times w \times h$ ，而不是 $V = B \times h$ 。

问题 10 — 写你自己的体积故事

- 强：连贯的上下文（“鱼缸是 60 立方英尺...”）和合理的边长三元组（e.g.、 $3 \times 4 \times 5 = 60$ 或 $2 \times 5 \times 6 = 60$ 或 $1 \times 6 \times 10 = 60$ ）。
- 弱：无意义的故事；或者边长不是相乘到 60。

问题 11 — Pat 的双倍索赔

- 所有三个操作都应使体积加倍： $4 \times 3 \times 4 = 48$ ； $2 \times 6 \times 4 = 48$ ； $2 \times 3 \times 8 = 48$ 。（原为 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 。）
- ★帕特是对的——将任意一侧加倍，体积就会加倍。诊断是学生是否仔细测试并阐明原因。
- 斯特朗：“帕特是对的。将一侧加倍会使层堆栈中的立方体加倍，无论哪一侧。
- 弱：尝试一种情况后停止，或者未经测试就声称 Pat 是错误的。