

加速6·单位6·评估指南

增加和减少百分比

家长或教师指南——观察要点

单位6是百分比更改单位。最深刻的想法：百分比改变复合乘法，而不是加法。50%向上然后50%向下不会返回到开始。如果学生将百分号视为“整数附加到符号上”，那么这里的所有重要问题都会失败。

A部分 — 百分比计算

- $50 + 10\% \times 50 = 55$. $80 - 25\% \times 80 = 60$. $\$40 \cdot 1.05 = \$42$. $100 \cdot 0.10 = 10$.
- 强：即时，如果询问则提供解释（“25%是四分之一”）。

问题1 — 夹克升起然后又放下

- $\$60 \rightarrow \$75$ 是25%增量($\$15 / \$60$)。
- $\$75 \rightarrow \$60$ 是20%递减($\$15 / \$75$)。
- ★金额变化相同，但基数不同（60和75），所以百分比不同。
- 强：明确解释“百分比变化使用起始值作为基础”。
- 弱：两者的主张相同；或者没有注意到不对称。

问题2 — 相同的\$10不同的百分比

- 迭戈： $\$10 / \$40 = 25\%$ 。萨拉： $\$10 / \$200 = 5\%$ 。
- 强：“迭戈的银行增长比例更大；”相同的绝对量相对来说可能会有很大不同。
- 弱：声明它们“相等，因为它们都是\$10”。

问题3 — 两种征税方式

- 税费 = \$1.92，总计 = \$25.92。
- 直接： $\$24 \cdot 1.08 = \$25.92$ 。
- ★优秀：解释“乘以1.08 = 一步乘以1（原始）加上0.08（税）”。
- 弱：得到答案，但无法阐明为什么1.08有效。

问题4 — 逆向：找到原件的折扣

- $0.70 \cdot \text{原始} = \$42 \rightarrow \text{原始} = \$60$ 。
- ★韩错了。 $\$42 + \$12.60$ （\$42的30%）= \$54.60，而不是\$60。
- 强：表明30%应该是原价，而不是销售价格。清楚地阐明了逆问题。
- ★这是百分比变化最具诊断性的问题。

问题5 — 税前小费与税后小费

- 小费\$48 = \$9.60。
- 税后金额 = $\$48 \cdot 1.07 = \$51.36$ 。
- 税后小费 = $\$10.272 \approx \$10.27$ 。
- 差异：\$0.67。
- 强：评论说“给税收小费意味着给服务员小费以获得政府的削减——而区别在于税收的20%”。

- 弱：数据正确，但没有做出实质性评论。

问题 6 — 用于 12 饼干的 $2\frac{1}{2}$ 杯子 → 30

- 每块饼干： $2.5/12 \approx 0.2083$ 杯。做 30 块： $30 \cdot 0.2083 \approx 6.25$ 杯。
- 缩放： $30/12 = 2.5 \rightarrow 2.5 \cdot 2.5 = 6.25$ 杯子。
- ★两种方法都必须产生 6.25 杯子。
- 强：两种明显不同的方法；两者都产生 6.25。

问题 7 — +50% 然后 -50%

- $\$100 \rightarrow \$150 \rightarrow \$75$. 最终金额 = 起始金额的 75%。
- ★关键思想： $(1.5)(0.5) = 0.75$ ，而不是 1。
- 强：解释 50% 的减少来自较大金额($\$150$)，因此美元损失超过收益。
- 优秀+：概括 $(1+p)(1-p) = 1 - p^2$ 。对于 $p = 50\%$ 、 $1 - 0.25 = 0.75$ 。连接到单元 2 上的问题 9。
- 弱：同意决赛等于开始；或计算正确但没有阐明乘法原因。

问题 8 — 工资 +5% 然后 -5%

- $\$40,000 \rightarrow \$42,000 \rightarrow \$39,900$.
- $(1.05)(0.95) = 0.9975 \rightarrow$ 最终 = 开始的 99.75%。
- ★强：意识到工资没有回到原来水平；通过乘法复合来解释。优秀+：概括地说，这是比 50/50 情况（问题 7）更小的损失，因为 $(1+p)(1-p)$
- ★ $=$ 当 p 较小时， $1 - p^2$ 更接近于 1。
- 弱：得到与 Han 相同的错误直觉 - $\pm 5\%$ 取消。

问题 9 — 不对称百分比

- $\$80 \rightarrow \$100 = +25\%$.
- $\$100 \rightarrow \$80 = -20\%$.
- ★美元变化相同 ($\$20$)，但百分比不同，因为基数不同。
- 概括：如果 $A \rightarrow B$ 是 $+p\%$ ，则 $B \rightarrow A$ 是 $-p/(1+p) \cdot 100\%$ 。即使是非正式的，也值得学生展示一般公式。
- 强：清晰地表达不对称性。
- 弱：声称 $+25\%$ 、 -25% — 最常见的误解。

问题10 — Mai: 10% 三次= 30%?

- $\$100 \rightarrow \$110 \rightarrow \$121 \rightarrow \$133.10$.
- 单个 30% 将给出： $\$130$ 。
- 差额： $\$3.10$ （复利奖金）。
- ★麦错了。三个 10% 增长相乘： $(1.1)^3 = 1.331 \neq 1.30$ 。
- 优秀：解释复利——“第二年的 10% 的基础更大，因此增加了更多的美元。”
- ★预示指数级增长 — 7/代数 1 年级主题。加速的学生应该看到这个种子。