

ग्रेड 7 • यूनिट 8 • मूल्यांकन गाइड

प्रायिकता और नमूनाकरण

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 8 प्रायिकता और नमूना अंतर्ज्ञान का निर्माण करती है। क्लासिक त्रुटियाँ: प्रयोगात्मक और सैद्धांतिक संभावनाओं को भ्रमित करना, छोटे नमूनों को निश्चित सबूत के रूप में मानना, और पक्षपातपूर्ण नमूनाकरण (केवल अपने दोस्तों से पूछना कि उनकी पसंदीदा फिल्म कौन सी है)। गहरे सवाल ये हैं: कोई नमूना कब 'काफी अच्छा' होता है? और कोई अंतर कब 'सार्थक' होता है? इस पर नज़र रखें कि क्या छात्र अंतरों की तुलना परिवर्तनशीलता (एमएडी) से करते हैं।

समस्या 1 - संभावना शब्दावली

- (ए) असंभव. (b) नहीं होने की भी समान संभावना है। (c) निश्चित (अधिकांश स्थानों पर)। (d) समान रूप से संभावित नहीं है ($26/52 = 1/2$).
- ★ मजबूत छात्र सटीक शब्दावली देते हैं। (b) और (d) दोनों $= 1/2$ होने चाहिए।

समस्या 2 - स्पिनर

- (a) $3/8 = 37.5\%$. (b) $4/8 = 1/2$. (c) $7/8$. (d) लगभग 10 बार।
- ★ सशक्त: भिन्न-से-प्रतिशत रूपांतरण को लेकर आश्वस्त। (d) अपेक्षित मूल्य तर्क का परीक्षण करता है।

समस्या 3 - संगमरमर का थैला

- कुल = 10. $P(\text{लाल}) = 5/10 = 1/2$. $P(\text{नीला}) = 3/10$. $P(\text{लाल या नीला}) = 8/10 = 4/5$.
- सभी जोड़ों से 1 क्योंकि प्रत्येक ड्रा उन रंगों में से एक होना चाहिए (पूर्ण प्रतिदर्श समष्टि)।
- ★ '1 के बराबर होना चाहिए' अंतर्दृष्टि प्रमुख नमूना-पूर्णता विचार है।

समस्या 4 - दो सिक्के

- प्रतिदर्श समष्टि: HH, HT, TH, TT। 4 परिणाम।
- $P(\text{HH}) = 1/4$. $P(\text{कम से कम एक बार पट}) = 3/4$.
- ★ उन छात्रों पर नज़र रखें जो केवल HH, HT, TT (3 परिणाम) सूचीबद्ध करते हैं - यह भूल जाते हैं कि क्रम मायने रखता है।
- या जो $P(\text{कम से कम एक बार पट}) = 1/2$ (HT और TH को एक परिणाम मानने की गलती) कहते हैं।

समस्या 5 - दो पासे

- कुल: 36 परिणाम (6×6)।
- $P(\text{योग} = 7)$: $6/36 = 1/6$. (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1.)
- $P(\text{योग} = 12)$: $1/36$ (केवल 6+6)।
- $P(\text{योग} > 9)$: $6/36 = 1/6$ (योग 10, 11, 12: संयोजन 4+6, 5+5, 6+4, 5+6, 6+5, 6+6 $\rightarrow$ 6 परिणाम)।
- ★ सशक्त: व्यवस्थित रूप से गणना करता है (तालिका या पेड़)। कमजोर: परिणाम चूक जाता है या दोहरी गणना करता है।
- ★ क्लासिक गलती: योगों को समान रूप से संभावित मानना ($P(\text{योग}=2)=P(\text{योग}=7)$) कहता है - ग़लत।

समस्या 6 — लिन के 20 उछालों में 13 बार चित

- (ए) प्रायोगिक $P = 13/20 = 0.65$ ।
- (b) सैद्धांतिक $= 0.5$ ।
- (c) अभी तक अनुचितता का सबूत नहीं है। 20 फ्लिप्स एक छोटा सा नमूना है; 13 चित प्राप्त करना सामान्य भिन्नता के अंतर्गत है। कई और फ्लिप्स के साथ, प्रयोगात्मक प्रायिकता को 0.5 तक पहुंचना चाहिए।
- ★ यह मुख्य विचार है: छोटे नमूने शोर करते हैं। सशक्त: स्पष्ट रूप से प्रतिदर्श आकार का उल्लेख करता है।
- कमज़ोर: 'हाँ, यह अनुचित है' या 'निश्चित रूप से उचित' - दोनों बहुत निश्चित हैं।

समस्या 7 - नमूनाकरण पूर्वाग्रह

- पहले 50 छात्र प्रतिनिधि नहीं हैं - जो छात्र चलते हैं वे संभवतः करीब रहते हैं और पहले पहुंचते हैं; जो छात्र गाड़ी या बस चलाते हैं वे बाद में पहुंचते हैं।
- बेहतर तरीके: यादृच्छिक नमूना (e.g., 50 यादृच्छिक छात्र आईडी चुनें), स्तरीकृत नमूना (प्रत्येक ग्रेड से समान रूप से नमूना), या दिन के अलग-अलग समय पर नमूना।
- ★ मजबूत: पहचानता है कि नमूनाकरण विधि पूर्वाग्रह पैदा करती है (केवल 'यह एक छोटा सा नमूना नहीं है')।

समस्या 8 - जनसंख्या का अनुमान लगाना

- नमूना: $45/60 = 75\%$.
- अनुमान: $1200 = 900$ छात्रों का 75% ।
- ★ अच्छा उत्तर: समान अनुपात में माप बदले। कमज़ोर उत्तर: बस 45 बताए और भूल जाए कि $60 \neq 1200$ है।

समस्या 9 - सार्थक अंतर?

- साधन का अंतर: $84 - 78 = 6$.
- MAD 4.5 (5 और 4 का औसत) के बारे में है।
- अंतर (6) MAD से बड़ा है लेकिन $2 \times \text{MAD}$ (जो 9 होगा) से बड़ा नहीं है।
- संभवतः अर्थपूर्ण लेकिन दृढ़ता से ऐसा नहीं।
- ★ सशक्त: स्पष्ट रूप से अंतर की तुलना परिवर्तनशीलता से करता है। कमज़ोर: 'हाँ, 6 बहुत है' और नहीं तुलना।
- IM में अंगूठे का नियम: अंतर $> 2 \times \text{MAD}$ सार्थक सुझाव देता है।

समस्या 10 - हान का 'धांधली पासा'

- $P(5) = 1/6$. अपेक्षित: 10 रोल में $10/6 \approx 1.67$ फाइव।
- हान को 6 मिला - उम्मीद से कहीं अधिक। सुझावात्मक लेकिन प्रमाण नहीं।
- ★ केवल 10 रोल के साथ, दुर्लभ घटनाएं भी घटती हैं। पासे को आत्मविश्वासपूर्वक समाप्त करने के लिए कई और रोल की आवश्यकता है धांधली है।
- मजबूत: 10 रोल में 6+ फाइव का प्रायिकता बहुत छोटा है, लेकिन संभव है। आश्चर्य और अनिश्चितता दोनों को स्वीकार करता है।
- कमज़ोर: 'हाँ, पासा धांधली वाला है' या 'कोई हान मूर्ख नहीं है' - दोनों ही अतिवादी हैं।